

OPTASOFT KONFERENCA

KÖLTSÉGCSÖKKENTÉS, HATÉKONYSÁGNÖVELÉS, OPTIMALIZÁLÁS A GYAKORLATBAN
2009. NOVEMBER 5.

Véletlen körülmények között meghozandó döntések támogatása

Fábián Csaba

Kecskeméti Főiskola

Tartalom

Statikus és dinamikus döntési modellek.

Várható haszon és kockázat egyensúlya.

Statikus döntési modellek

- Döntés: x ,
- Véletlen esemény. Kimenetele: ξ .

Eredmény függ mind a döntésünktől, mind a véletlen kimeneteltől.

Példa: újságáros feladata (newsboy problem)

Egyetlen fajta napilap.

x : hajnalban megvásárolt példányok száma.

c : nagykereskedemli vételár példányonként.

\Rightarrow teljes beszerzési költség: cx .

Példa: újságáros feladata (newsboy problem)

x : hajnalban megvásárolt példányok száma.

c : nagykereskedemli vételár példányonként.

\Rightarrow teljes beszerzési költség: cx .

ξ : kereslet. *Véletlen mennyiség, a nap folyamán 'realizálódik'.*

\Rightarrow a nap folyamán eladott példányok száma: $\min \{ x, \xi \}$.

Példa: újságáros feladata (newsboy problem)

x : hajnalban megvásárolt példányok száma.

c : nagykereskedemli vételár példányonként.

\Rightarrow teljes beszerzési költség: cx .

ξ : kereslet. *Véletlen mennyiség, a nap folyamán 'realizálódik'.*

\Rightarrow a nap folyamán eladott példányok száma: $\min \{ x, \xi \}$.

d : eladási egységár ($d > c$).

\Rightarrow bevétel: $d \min \{ x, \xi \}$.

Példa: újságáros feladata (newsboy problem)

x : hajnalban megvásárolt példányok száma.

c : nagykereskedelmi vételár példányonként.

\Rightarrow teljes beszerzési költség: cx .

ξ : kereslet. *Véletlen mennyiség, a nap folyamán 'realizálódik'.*

\Rightarrow a nap folyamán eladott példányok száma: $\min \{ x, \xi \}$.

d : eladási egységár ($d > c$).

\Rightarrow bevétel: $d \min \{ x, \xi \}$.

Egy nap mérlege: $-cx + d \min \{ x, \xi \}$.

Példa: újságáros feladata (newsboy problem)

x : hajnalban megvásárolt példányok száma.

c : nagykereskedelmi vételár példányonként.

\Rightarrow teljes beszerzési költség: cx .

ξ : kereslet. *Véletlen mennyiség, a nap folyamán 'realizálódik'.*

\Rightarrow a nap folyamán eladott példányok száma: $\min \{ x, \xi \}$.

d : eladási egységár ($d > c$).

\Rightarrow bevétel: $d \min \{ x, \xi \}$.

Egy nap mérlege: $\underbrace{-cx + d \min \{ x, \xi \}}_{F(x,\xi)}$.

Egy nap eredménye: $F(x, \xi)$.

Cél: hosszú távú átlag-eredmény – várható eredmény – maximalizálása.

Egy nap eredménye: $F(x, \xi)$.

Cél: hosszú távú átlag-eredmény – várható eredmény – maximalizálása.

Várható eredmény magyarázata és közelítő számítása:

N hasonló napról van eladási adatunk.

$\xi^{(1)}, \xi^{(2)}, \dots, \xi^{(i)}, \dots, \xi^{(N)}$ az egyes napokon eladott példányszámok.

Egy nap eredménye: $F(x, \xi)$.

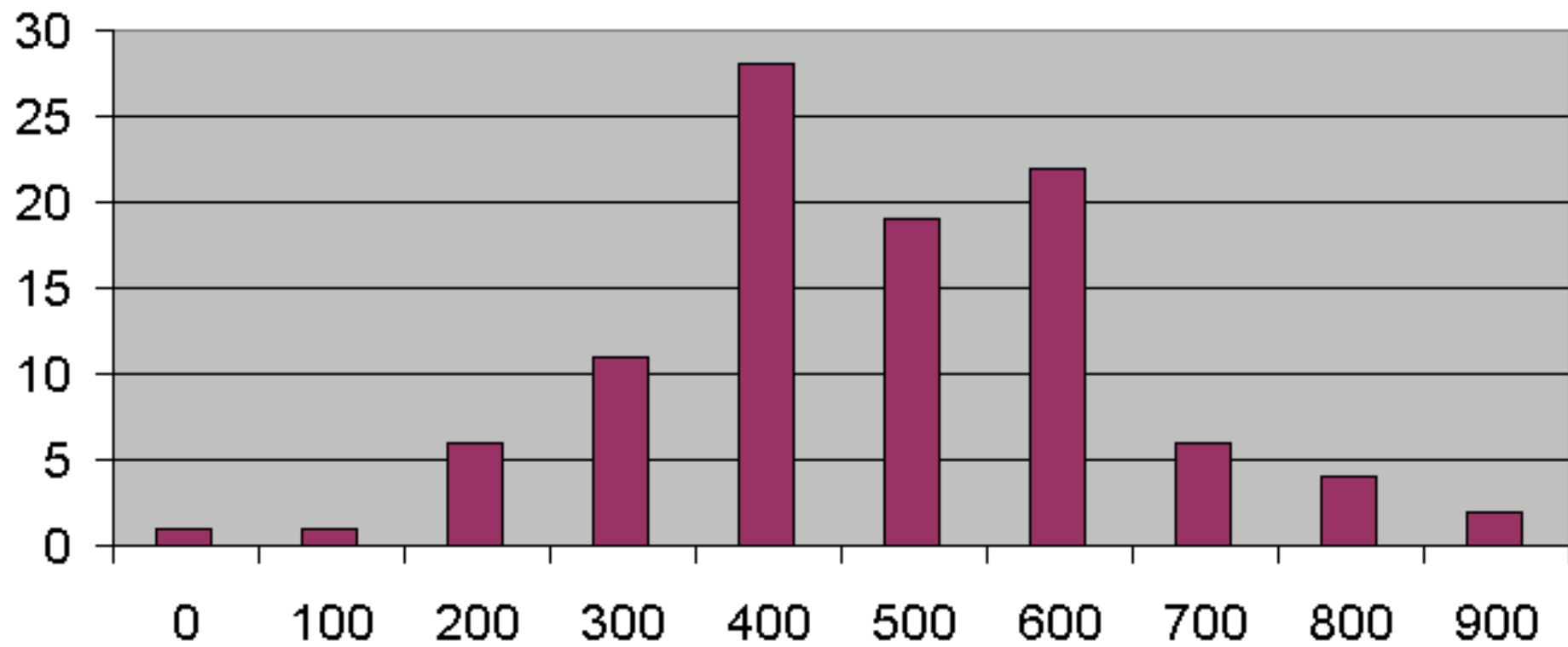
Cél: hosszú távú átlag-eredmény – várható eredmény – maximalizálása.

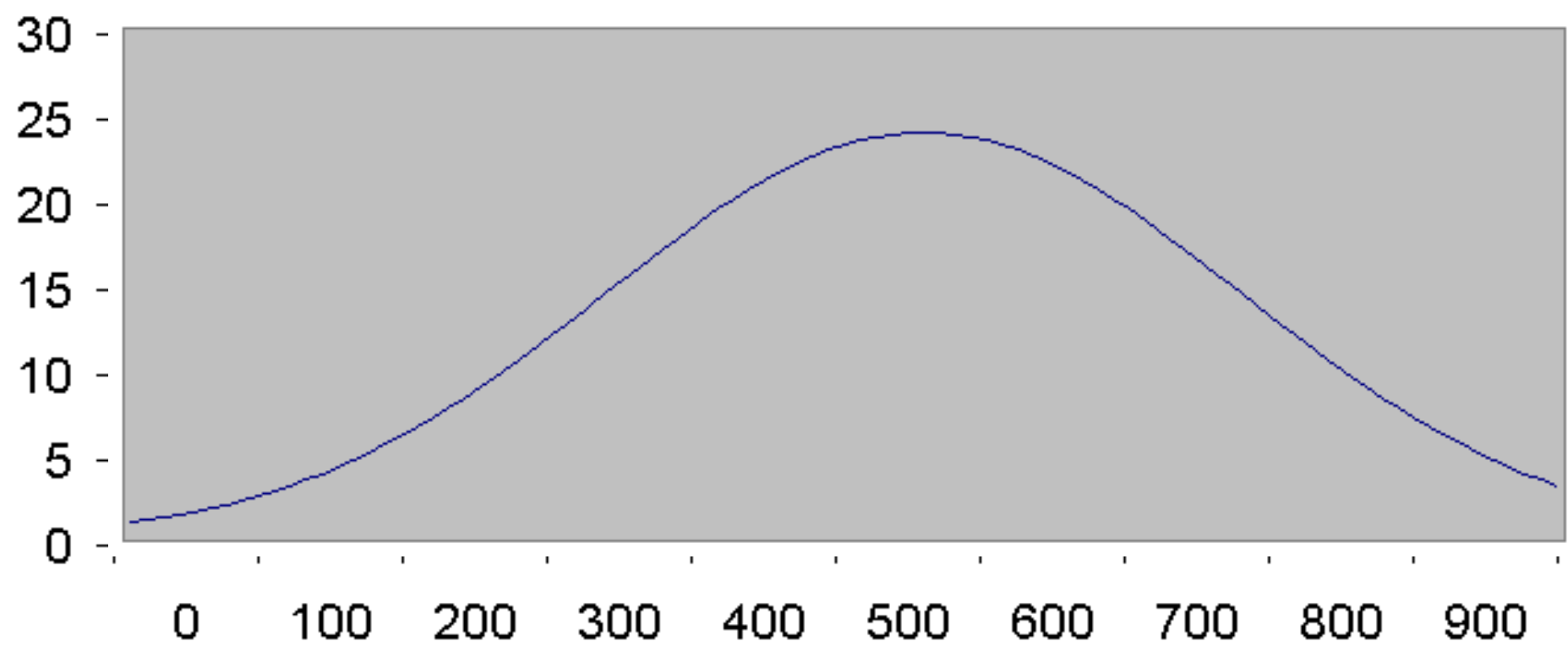
Várható eredmény magyarázata és közelítő számítása:

N hasonló napról van eladási adatunk.

$\xi^{(1)}, \xi^{(2)}, \dots, \xi^{(i)}, \dots, \xi^{(N)}$ az egyes napokon eladott példányszámok.

$$\text{várható eredmény} \quad \sim \quad \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F(x, \xi^{(i)}).$$





Példa: szolgáltató kapacitás tervezése

x : kapacitás.

ξ : igény. *Véletlen mennyiség. Feltesszük, hogy az eloszlása ismert.*

\Rightarrow kielégítetlen igény : $[\xi - x]_+$.

Két cél :

- várható bevétel maximalizálandó,
- igény kielégítendő.

Néha számszerűsíthető, hogy egységnyi ki nem elégített igény mekkora veszteséggel jár.
Jelölje q az egység-veszteséget.

Ilyenkor ki nem elégített igények okozta várható veszteség büntetésként bevehető a célfüggvénybe:

$$\max \quad \text{várható bevétel} \quad - \quad \text{várható veszteség}$$

Néha számszerűsíthető, hogy egységnyi ki nem elégített igény mekkora veszteséggel jár.

Jelölje q az egység-veszteséget.

Ilyenkor ki nem elégített igények okozta várható veszteség büntetésként bevehető a célfüggvénybe:

$$\max \underbrace{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F(x, \xi^{(i)})}_{\text{várható bevétel}} - \underbrace{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q [\xi^{(i)} - x]_+}_{\text{várható veszteség}}$$

Alternatív megoldás :

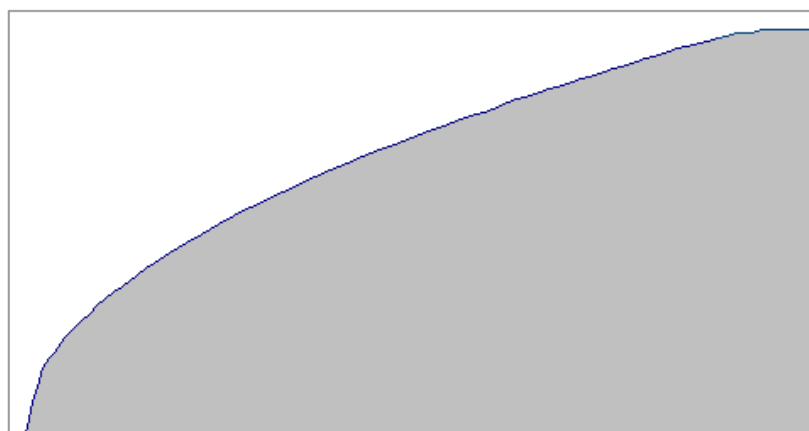
- mérjük a szolgáltatás minőségét
(ilyen mérték lehet pld. a ki nem elégített igény várható értéke),
- előírunk bizonyos minőségi szintet
(Service Level Agreement),
- a fenti korlát mellett maximalizáljuk a várható bevételt.

2. Alternatív megoldás:

- mérjük a szolgáltatás minőségét,
- egyensúlyt keresünk a szolgáltatás minősége és a várható bevétel között.
Ez szakértő feladata lesz, amihez támogatást tudunk nyújtani.

2. Alternatív megoldás:

- mérjük a szolgáltatás minőségét,
- egyensúlyt keresünk a szolgáltatás minősége és a várható bevétel között.
Ez szakértő feladata lesz, amihez támogatást tudunk nyújtani.



Szolgáltatás ára

szolgáltatás
minősége

Szolgáltatás minőségének lehetséges mértékei

Ki nem elégített igény várható mértéke.

Szolgáltatás minőségének lehetséges mértékei

Ki nem elégtett igény várható mértéke.

Annak az esélye, hogy marad kielégítetlen igény.

(Megbízhatóság: annak az esélye, hogy minden igény kielégíthető.)

Szolgáltatás minőségének lehetséges mértékei

Ki nem elégített igény várható mértéke.

Annak az esélye, hogy marad kielégítetlen igény.

(M megbízhatóság: annak az esélye, hogy minden igény kielégíthető.)

Legyen adott p egyhez közeli valószínűség, pld $p = 0.9$.

Az esetek legjobb 90%-ában (ált: $p * 100\%$ -ában)

legfeljebb mennyi kielégítetlen igény marad ?

(Pénzügy: kockáztatott érték, Value-at-Risk.)

Szolgáltatás minőségének lehetséges mértékei

Ki nem elégített igény várható mértéke.

Annak az esélye, hogy marad kielégítetlen igény.

(Megbízhatóság: annak az esélye, hogy minden igény kielégíthető.)

Legyen adott p egyhez közeli valószínűség, pld $p = 0.9$.

Az esetek legjobb 90%-ában (ált: $p * 100\%$ -ában)

legfeljebb mennyi kielégítetlen igény marad ?

(Pénzügy: kockáztatott érték, Value-at-Risk.)

Legyen adott p egyhez közeli valószínűség, pld $p = 0.9$.

Az esetek legrosszabb 10%-ában (ált: $(1 - p) * 100\%$ -ában)

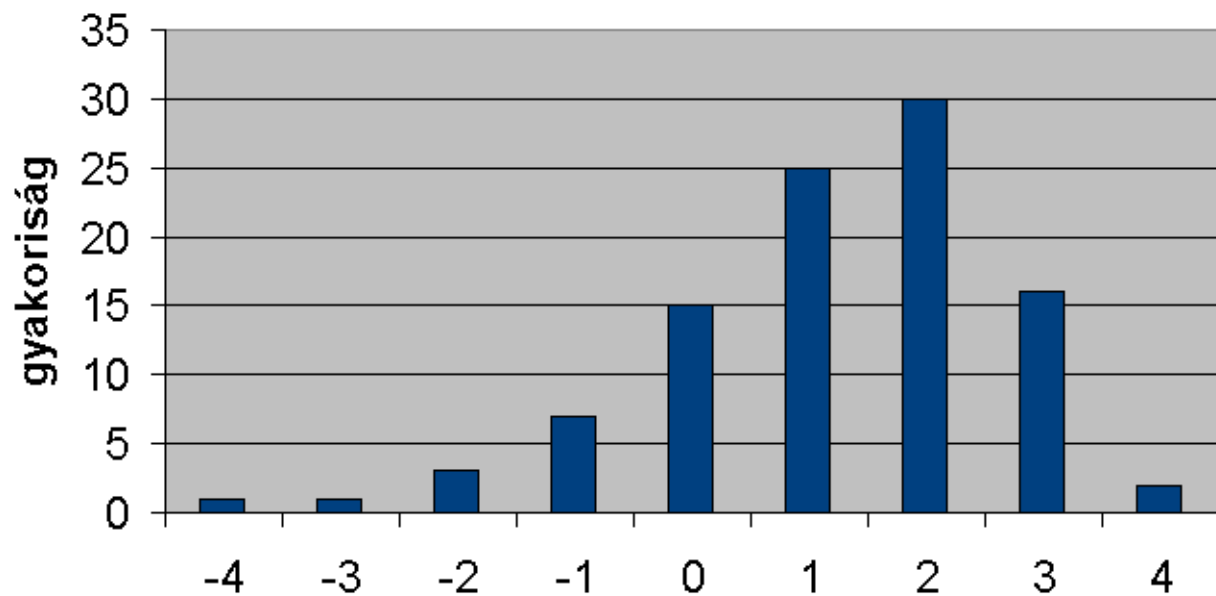
mennyi a ki nem elégített igény várható mértéke ?

(Pénzügy: Conditional Value-at-Risk.)

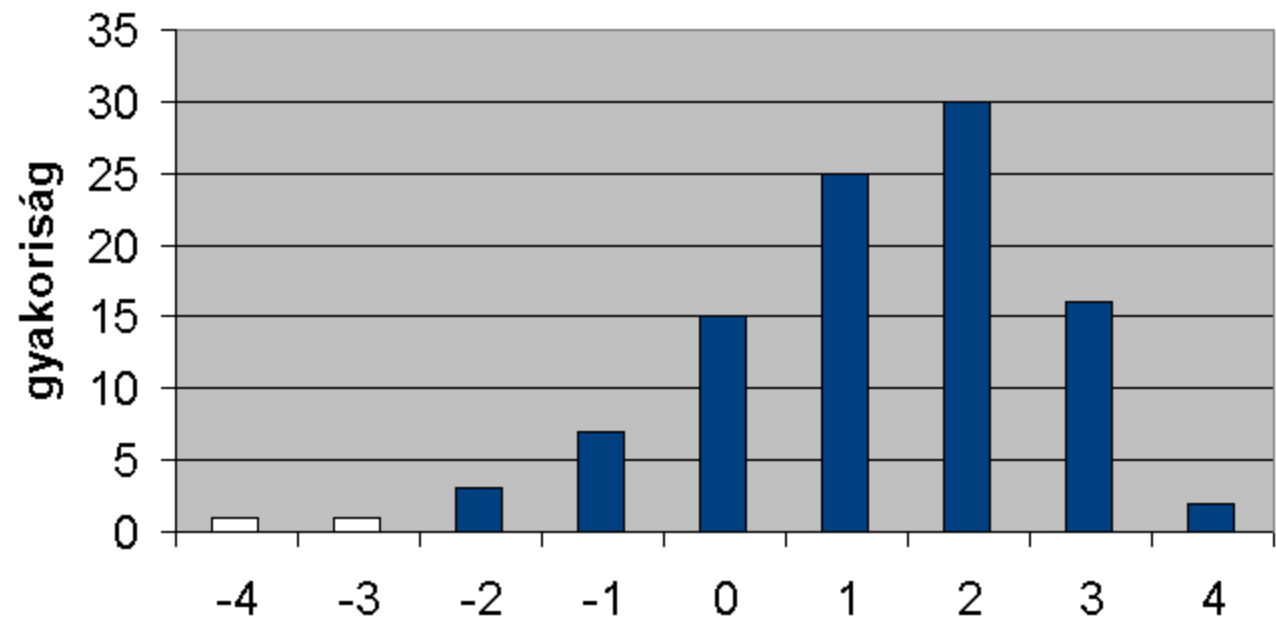
Példa CVaR számításra

Kihasználatlan kapacitás hisztogrammja
-- negatív érték kielégítetlen igényt jelent.

100 scenárió

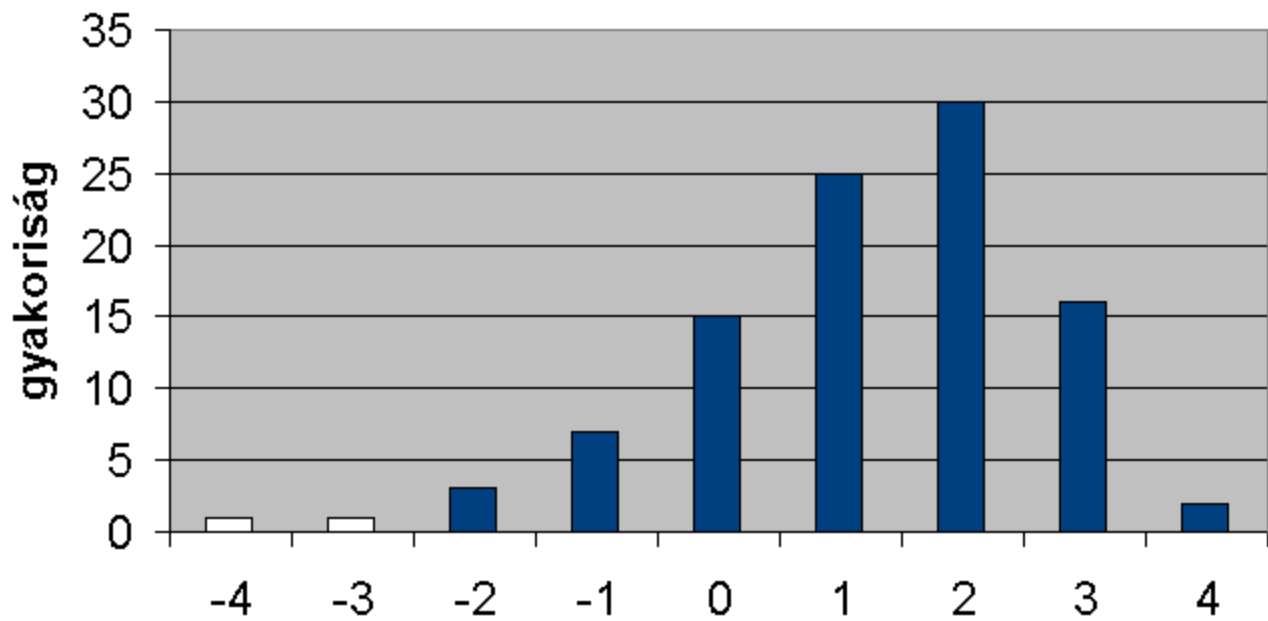


$98\% VaR$
 $= 2$



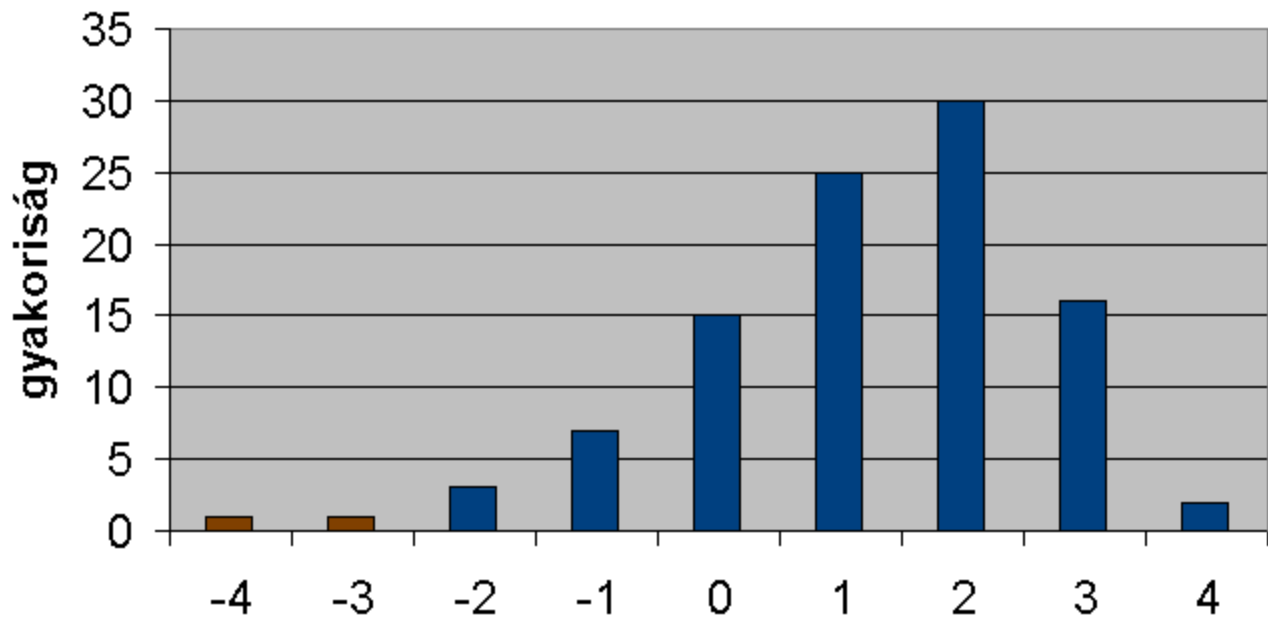
98% VaR

= 2



98% CVaR

= 3.5



Kétlépcsős döntési modell

Gazda feladata

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N |
|---|----------------|------------------|----------|------|-------------------|----------|-------------|--------------|--------------------|----------|---|---|---|-----|
| 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | elvetett terület | | | eladott mennyiség | | | | vásárolt mennyiség | | | | | |
| 3 | | búza | kukorica | répa | búza | kukorica | répa | répa | búza | kukorica | | | | |
| 4 | | | | | | | limit alatt | limit fölött | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | vetési terület | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | 500 |
| 8 | búza egyenleg | 2.5 | | | -1 | | | | 1 | | | | | 200 |

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N |
|---|-------------------|------------------|----------|------|-------------------|----------|-------------|--------------|--------------------|----------|---|---|---|-----|
| 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | elvetett terület | | | eladott mennyiség | | | | vásárolt mennyiség | | | | | |
| 3 | | búza | kukorica | répa | búza | kukorica | répa | répa | búza | kukorica | | | | |
| 4 | | | | | | | limit alatt | limit fölött | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | vetési terület | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | 500 |
| 8 | búza egyenleg | 2.5 | | | -1 | | | | 1 | | | | | 200 |
| 9 | kukorica egyenleg | | 3 | | | -1 | | | | 1 | | | | 240 |

Hozamok véletlenek

Szenáriók:

- Átlagos termés: fenti hozamok
- Jó termés: minden hozam 10% -al nagyobb
- Rossz termés: minden hozam 10% -al kisebb

Minegyik szenárió esélye $1/3$.

Különböző hozamok esetén más-más az optimális vetés.

Nem tudjuk előre, hogy milyen lesz a termés

Együgyű stratégia:

mindig átlagos évre készülünk

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | | | | | | | | | | | |
|----|---|----------------------|----------|----------------------|------|-------------|--------------|------|----------------------|----------|-------------------|-------------|--------------|----------------------|------|----------------------|------|-------------------|-------------|--------------|------|----------|----------------------|------|------|----------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | Műanyag hazam értéke | | | | | Műanyag hazam értéke | | | | | Műanyag hazam értéke | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | | elvárt terület | | eladott mennyiség | | | | | visszavett mennyiség | | eladott mennyiség | | | | | visszavett mennyiség | | eladott mennyiség | | | | | visszavett mennyiség | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | | bőze | kukorica | népe | bőze | kukorica | népe | népe | bőze | kukorica | bőze | kukorica | népe | népe | bőze | kukorica | bőze | kukorica | népe | népe | bőze | kukorica | népe | népe | bőze | kukorica | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | limit alatt | limit felett | | | | | limit alatt | limit felett | | | | | | limit alatt | limit felett | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | | 170 | 50 | 250 | 220 | 0 | 5.000 | 0 | 0 | 0 | 210 | -5 | 5.000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 140 | 0 | 4.000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -5 | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | | 2.5 | 3 | | -1 | | | | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 16 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 20 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 21 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 22 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 23 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 24 | | -150 | -200 | -250 | 57 | 50 | 12 | 0 | -75 | -10 | 57 | 50 | 12 | 0 | -75 | -10 | 57 | 50 | 12 | 0 | -75 | -10 | | | | | | | | | | | | | | |
| 25 | | mennyiség hiányoztat | | elvárt terület | | | | | visszavett | | elvárt terület | | | | | visszavett | | elvárt terület | | | | | visszavett | | | | | | | | | | | | | |
| 26 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | |
|---------|-------|
| 500 | 500 |
| 200 | 200 |
| 240 | 240 |
| 0 | 0 |
| 5.000 | 5.000 |
| 200 | 200 |
| 240 | 240 |
| 0 | 0 |
| 5.000 | 5.000 |
| 200 | 200 |
| 240 | 240 |
| 0 | 0 |
| 4.000 | 4.000 |
| 100.000 | 6 |

